Método de Nowton-Raphson

Es un método iterativo se basa en encontrar las raices mediante aproximaciones. Nuestro caso $f(x)' = 0$

Usando series de taylor la función $f(x)' = 0$ se puede aproximar por

$$f'(x_k) + f''(x_k)\Delta x$$

Si igualamos esta expresión a cero tenemos que

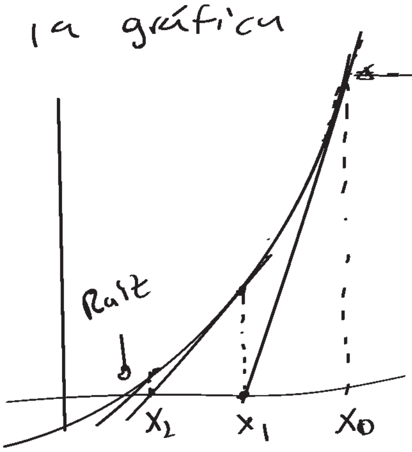
$$f'(x_k) + f''(x_k)\Delta x = 0 \rightarrow \Delta x = \frac{-f'(x_k)}{f''(x_k)} \rightarrow (x_k + x_{k+1}) = \frac{-f'(x_k)}{f''(x_k)}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)}$$

x^* será una raiz si

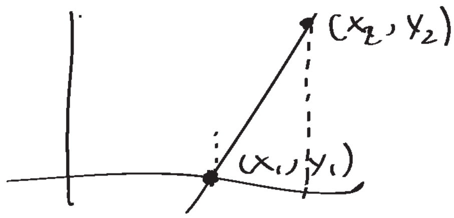
$$\frac{|x_{k+1} - x^*|}{|x_k - x^*|^2} \leq C \qquad C \geq 0$$

Expliquemos el método con más detalle, supongamos que tenemos una función $f(x)$ como se ve en la gráfica



se estima la tangente (derivada) y se encuentra el punto de intersección x_1 y se itera hasta llegar a la raiz o un valor cercano.

El problema entonces consiste en encontrar la intersección esto lo haremos mediante la aprox. a una recta.



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad y_2 = f(x_k) \quad y_1 = 0 \quad x_2 = x_k \quad x_1 = x_{k+1}$$

$$m = \frac{f(x_k)}{x_k - x_{k+1}}$$

$$x_k - x_{k+1} = \frac{f(x_k)}{m}$$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{f(x_k)}{m} = x_k + \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Entonces el algoritmo necesita un punto inicial x_0 y un Δx para estimar la derivada y se detiene mediante un numero de iter. o un valor c.